

Matematik i Kubik

*Rapport från ett matematikprojekt i årskurs 1-3
vt och ht 2013*

Författare:
*Moa Sporre
Erik Nolåkers
Maria Udell Ericsson
Kajsa Jansson*

Innehåll

1 Bakgrund	3
2 Projektets mål	3
3 Projektets syfte.....	3
4. Teoretisk referensram för projektet	3
5 Projektets genomförande	5
5.1 Förutsättningar.....	5
5.2 Projektets disposition.....	5
5.3 Målgrupp.....	5
5.4 Inledande diagnoser	5
5.5 Uppföljande intervjuer	5
5.6 Eventuell utveckling	6
5.7 Undervisningen	7
5.8 Avslutande intervjuer	7
6 Effekter	8
6.1 Synen på matematik.....	8
6.2 Flera sinnen i matematikundervisningen	9
6.3 Leka in begrepp tidigt.....	9
6.4 Konkret material.....	9
6.4 Strategier för problemlösning	10
7 Utvärdering.....	10
8 Vad har vi lärt oss – en sammanfattning.....	12
Litteraturförteckning	14
Bilagor.....	15

1 Bakgrund

Friskolan Mosaik är en F-9-skola med 220 elever. Skolan ligger i centrala Falun och skolans elever kommer från stadens alla delar. Skolan startade 2007 och hade då 73 elever. Under de första åren ökade skolans elevantal drastiskt vilket innebar att vi relativt snart nådde den storlek på vår skola som vi önskat. Vi har under åren följt elevernas kunskapsutveckling och sett att de svårigheter att nå målen i ämnet matematik som gäller för många elever i Sverige även gäller eleverna på vår skola. Läsåret 2012-2013 var 12% av skolans samtliga elever inte godkända i matematik, detta var en betydligt större andel icke godkända elever i jämförelse med resultaten i skolans övriga ämnen.

Vi funderade mycket över vad som orsakade dessa låga resultat i matematik och tyckte oss se att brister i arbetsminnesfunktionen genomgående ledde till svårigheter med att utveckla användbara matematiska kunskaper. Vi såg också att det fanns brister i förståelsen av matematisk problemlösning. Det fanns också ett behov av att öka elevers automatisering, främst i avseende på taluppfattning.

Vår skola har från start utvecklat många olika sätt att lära vilket inneburit att vi i matematikundervisningen tillsammans med arbete i läroboken använt en hel del konkret material, vi har experimenterat, sjungit, dansat, haft utematte osv. Under detta utvecklingsarbete upplevde vi att vi på ett djupare och mer strukturerat sätt ville studera effekterna av denna typ av undervisning eftersom vi sett att eleverna upplevt matematikundervisningen som lustfylld när vi använt oss av detta sätt att arbeta. Vi ville därför utveckla vårt sätt att undervisa så att vi på ett bättre sätt skulle kunna hjälpa våra elever att hitta användbara grunder och strategier för sin fortsatta matematiska utveckling. Vi sökte därför medel till ett sådant projekt från Specialpedagogiska skolmyndigheten. Vi kallade projektet *Matematik i kubik* och vi beviljades de medel vi sökt till denna satsning.

2 Projektets mål

Vi ville utveckla vår kompetens och våra verksamhetsformer inom matematikundervisningen så att

- andelen elever som blir godkända i matematik höjs,
- ökad lust till matematik skapas.

3 Projektets syfte

Genom att vidga formerna för matematikundervisningen ville vi försöka hitta effektiva metoder för att nå de elever som har en problematisk inlärningssituation. Vi ville...

- ... använda många olika kreativa former för matematikundervisningen tillsammans med den traditionella.
- ... hjälpa eleverna att hitta inre bilder i matematik som de kan översätta till matematiskt symbolspråk.
- ... knyta verkliga händelser till symboliska termer med hjälp av flera sinnen för att utveckla elevernas arbetsminne.
- ... strukturera våra erhållna kunskaper så att de får tydliga effekter i skolans matematikundervisning.

4. Teoretisk referensram för projektet

Bengt Johansson skriver under skolverkets lärportal för matematik¹, att de senaste årtiondenas forskning om hur elever bäst lär sig förstå och använda tal lyfter fram vikten av de ensiffriga talens gruppbedömelse. Han beskriver detta som att kunna se och med hjälp av räknelagarna använda talens

¹ <http://matematiklyftet.skolverket.se/matematik>

delar, för att på så sätt snabbt och säkert kunna använda redan automatiserade kombinationer när man lär sig nya.

I en artikelserie för tidskriften *Nämnan*, analyserar Per-Olof Bentley² resultaten av TIMSS 2007. Bland annat lyfter han fram hur eleverna tycks behärska flera beräkningsstrategier och tankeled, men de vet inte i vilket sammanhang de skall tillämpas. Bentley diskuterar också arbetsminnet och hävdar att det kan vara ett nålsöga vid inläring. Han menar att vi under mycket begränsad tid kan hålla vissa element aktuella i minnet, men tappar dessa relativt snabbt. Bentley fokuserar sedan på färdigheten med att eleven har talfakta. Om arbetsminnet är fullt sysselsatt med en beräkning så kan inte uppmärksamheten riktas mot annat än själva beräkningen. Elever som inte utvecklat talfakta måste, enligt Bentley rikta sin uppmärksamhet mot själva beräkningen och inte principen för hur beräkningen går till.

Berit Bergius³ hänvisar till Vygotskij och lyfter fram betydelsen av att lärare utmanar elever, både vad gäller språk och tänkande. Hon menar att många möten med ord och begrepp i meningsfulla och varierande situationer, gör att eleverna kan erövra dessa och själva behärska dem i sitt språkbruk. Bergius hävdar vidare att i det tidiga arbetet med tal och antal är de konkreta inslagen nödvändiga och vanliga. Detta blir inte minst viktigt då eleverna behöver återkommande och varierande erfarenheter för att göra motsvarande skriftliga symboluttryck till sina. Hon anser också att elever som inte automatiserar de första tio talens helhet och delar, fastnar i ett -och -ett -räkning. De räknar antingen alla föremålen eller utgår från någon av delmängderna för att nå fram till summan. En annan kritisk punkt för undervisningen som Bergius tar upp, är att redan från början utveckla samband mellan räknesätt.

Redan i läroplanens första del⁴, angående grundläggande värden kan vi läsa att utbildningen ska främja alla elevers utveckling och lärande samt en livslång lust att lära. Vidare kan vi, under skolans uppdrag tydligt se att skolan ska främja lärande där individen stimuleras att inhämta och utveckla kunskaper och värden. Skapande arbete och lek är grundläggande väsentliga delar i det aktiva lärandet. Under kunskaper kan vi läsa om att vilja att utforska, nyfikenhet och lust att lära ska utgöra en grund för skolans verksamhet. Vi kan också se att lärare ska stimulera, handleda och ge särskilt stöd till elever som har svårigheter. Lärare ska också organisera och genomföra arbetet så att eleven utvecklas efter sina förutsättningar och samtidigt stimuleras att använda och utveckla hela sin förmåga. När kursplanen i matematik senare talar om vad matematisk verksamhet är, beskrivs den som en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet.

Markus Björnström⁵ menar i sin bok *Vårt att veta om dyskalkyli*, att det är viktigt att eleverna inte direkt går över till att arbeta med siffror efter att ha laborerat med konkret material,. Eleverna behöver också, enligt Björnström arbeta med de mellanliggande representationsformerna. Han kallar dessa för halvkonkreta och halvabstrakt representationsformer, där halvkonkreta skulle kunna vara bilder av verkliga föremål och där halvabstrakta kan vara tallinjer eller tärningar. Björnström menar att när en elev tycker att det blir för svårt, kan man växla ner till en lägre abstraktionsnivå.

² Bentley, Per-Olof (2009)

³ <http://matematiklyftet.skolverket.se/matematik>

⁴ Lgr 11

⁵ Björnström, Markus (2012)

5 Projektets genomförande

5.1 Förutsättningar

Projektet *Matematik i kubik* har genomförts i klasserna 1 – 3. Erik Nolåkers lärare åk 2-3 och Moa Sporre lärare åk 1 har lett arbetet tillsammans med skolan specialpedagog Maria Udell Ericsson. Rektor Kajsa Jansson har utgjort ett stöd under arbetets gång. De resurser som tillförts verksamheten har inneburit att Moa och Erik under den tid projektet pågått fått förstärkning under matematiklektionerna. De har också haft tid avsatt att planera verksamheten, samt diskutera och sammanställa de iakttagelser, intervjuer, diagnoser som de genomfört i klasserna. De har även besökt varandras lektioner. Vår specialpedagog har under projektets gång varit samtalspartner och rådgivare.

5.2 Projektets disposition

Arbetet inleddes med att diagnoser genomfördes med alla elever i de aktuella klasserna. Samtidigt formades en målgrupp och en kontrollgrupp att följa under projekttiden. Med diagnoserna som grund intervjuades de utvalda eleverna. Under projekttiden utvecklades, prövades och studerades många olika sätt att bedriva undervisning i matematik. I fokus stod de problemområden som lärarna ville studera.

5.3 Målgrupp

Projektet har genomförts med alla elever i årskurs 1-3 på skolan. Av dessa elever har vi speciellt fokuserat 12 elever som vi uppfattade hade svårigheter med att utveckla användbara matematiska kunskaper, vår målgrupp. Dessutom har vi haft en kontrollgrupp bestående av 10 elever. Klasserna är ganska jämt fördelade i avseende på antal flickor och pojkar. Vår målgrupp har bestått av 6 flickor och 6 pojkar medan kontrollgruppen bestått av 5 flickor och 5 pojkar. Av målgruppens elever, har fyra elever gått i årskurs 1, fyra i åk 2 och fyra i åk 3. Av kontrollgruppen har tre elever gått i årskurs 1, fyra i åk 2 och tre i åk 3.

5.4 Inledande diagnoser

För att kunna utgå från något och få en grund för det fortsatta arbetet, gjorde vi i ordning ett diagnostiskt material (bil. 1) för de olika klasserna och genomförde detta med alla elever. Till diagnoserna valde vi ut områden utifrån projektets syfte och innehåll. Dessa områden var automatisering, taluppfattning, de fyra räknesätten, problemlösning och likhetstecknets betydelse. När det gällde automatisering, valde vi att konstruera uppgifter för huvudräkning och tiokamraterna. Uppgifterna kring taluppfattning handlade om ordningstal och positionssystemet. När det gällde likhetstecknet och de fyra räknesätten ville vi åt förståelsen för dessa och vid problemlösning var vi intresserade för om eleverna hade strategier för detta. Vi försökte att nivåanpassa uppgifter för de olika klasserna och genomförde dessa under de första veckorna av projektet.

Det visade sig att de som hade störst problem var just den målgrupp på tolv elever som vi valt ut att följa under projektet. Likaså visade resultatet en klar skillnad mellan denna grupp och kontrollgruppen, där den senare hade ett betydligt högre resultat än den första med något enstaka undantag. I årskurs 1 stack automatiseringen ut som en särskild svårighet, medan det i årskurs 2 var förståelsen kring likhetstecknet och subtraktionsberäkning som man inte behärskade. En övergripande problematik kring divisionsbegreppet kunde också anas i resultatet från diagnoserna.

5.5 Uppföljande intervjuer

Ovan nämnda diagnoser låg sedan till grund för de intervjuer som vi genomförde med eleverna i de båda grupperna. Frågeställningarna var indelade i två kategorier; den första handlade om hur eleverna såg på matematik, samt varför de trodde att vi ska lära oss matematik och den andra utgick från olika uppgifter i diagnoserna. Till den senare kategorin valde vi ut fem uppgifter från

diagnoserna som eleverna fick redogöra för, dels hur de gått till väga för att lösa uppgiften och dels deras reflektioner kring svaret (korrekt eller felaktigt).

Intervjuerna genomfördes enskilt med eleverna och spelades in. Under intervjuerna fanns också elevernas diagnoser med som ett underlag för samtalen. Efter genomförda intervjuer lyssnade vi tillsammans igenom dessa och transkriberade dem i lättare form för att kunna analysera dem på ett bättre sätt.

Analysen av intervjuerna i årskurs 1 handlade bland annat om hur de båda grupperna skiljer sig åt i förståelse och automatisering av tiokompisarna. Kontrollgruppen visade en större förståelse och automatisering än målgruppen. I denna årskurs var det också tydligt att eleverna har svårt att exemplifiera varför de ska lära sig matematik. Det blev också tydligt i båda grupperna att de använde sig av de bilder för tiokamraterna som Moa arbetat fram. Alla eleverna tyckte att matematik var roligt.

Även intervjuerna med eleverna i årskurs 2 visade att alla eleverna tyckte att matematik var roligt. Alla eleverna kunde också ge exempel på varför de ska lära sig matematik. Det visade sig att alla elever utom en hade förstått uppgiftern, men flera elever i vår målgrupp kunde ändå inte hålla kvar förståelsen och klarade därför inte att lösa uppgifterna. Arbetsminnet eller koncentrationsförmågan räckte förmodligen inte till.

Även eleverna i årskurs 3 gillade matematik och kunde ge faktiska exempel på vad vi ”ska med matten till”. Vid högre tal visade det sig att alla eleverna behövde penna eller laborativt material för minnet. En elev i målgruppen saknade automatisering av tiokamraterna. De flesta elever hade strategier för textuppgifter och problem, men saknade minneskapacitet för att lösa dem utan stöd. Tre elever använde ”multisångerna” som vi använt i undervisningen för att minnas multiplikationstabellerna.

5.6 Eventuell utveckling

Efter en tid med projektet ville vi studera den eventuella utveckling som eleverna genomgått sedan vår diagnostisering vid projektets start, samt fördjupa våra kunskaper om elevernas sätt att tänka. Vi konstruerade därför några problemuppgifter där vi ville att våra elever skulle rita svaren (bil. 2). Vi ville studera deras kunskaper i subtraktion och division, då vi i resultaten av diagnoserna tyckte oss se att dessa områden stack ut som problematiska. Uppgifterna konstruerades lika men nivåanpassades med hjälp av högre tal till de högre årskurserna.

Uppföljningen visade att i årskurs 1 klarade alla elever i kontrollgruppen uppgifterna. Däremot hade två elever i målgruppen inte en aning om hur de skulle lösa uppgifterna. Målgruppens övriga två löste subtraktionsuppgiften och var på väg mot en lösning i divisionsuppgiften, men klarade inte av att nå ända fram.

I årskurs 2 hade två elever i kontrollgruppen löst båda uppgifterna, medan övriga två klarat subtraktionen men inte divisionen. Två av målgruppens elever klarade båda uppgifterna, en klarade en uppgift och den siste ingen av uppgifterna. Den elev som hade fel på båda uppgifterna saknade strategier att lösa uppgiften. I uppgiften med division, tror vi att ordet ”var” försvårade uppgiften för eleverna.

Alla elever i kontrollgruppen för årskurs 3 klarade uppgifterna och visade på strategier att lösa dem. Två elever ur målgruppen klarade båda uppgifterna och en elev en av uppgifterna. Den sista eleven i undersökningsgruppen klarade inte att lösa någon av uppgifterna. Eleven som fick rätt svar på en uppgift hade ingen strategi för sin lösning.

När vi genomfört dessa uppgifter ville vi studera om det skulle bli någon skillnad om eleverna hade tillgång till konkret material. Vi lät därför sex elever ur målgruppen göra om uppgifterna, nu med tillgång till konkret material. Under arbetet filmade vi eleverna.

Vi kunde konstatera att det konkreta materialet underlättade för eleverna med koncentrationsproblematik, särskilt när de plockade med materialet under arbetet med uppgiften. Vi kunde också se att problem med arbetsminnet gjorde det svårt för elever att klara uträkningar i flera led vid problemlösning och när de löste uppgifter givna i text. Två elever visade en mer komplex problematik, vilken var svår för oss att ringa in.

5.7 Undervisningen

Vi har under projektets gång utvecklat vår undervisning och succesivt lagt om den hel. Vi tycker att det är svårt att redogöra för detta fullt ut och ger istället exempel på sådant som vi förändrat och utvecklat under den tid projektet pågått.

Vi har skapat struktur i undervisningen utifrån en terminsplanering som utgår från läroplanens förmågor och centrala innehåll för de lägre åldrarna. Vi har skapat en schematisk modell som ligger till grund för all matematikundervisning i årskurserna 2 och 3. I årskurs 1 pågår arbetet med att utforma en liknande modell som är anpassad för denna ålder, den är ännu inte klar. 2-3:ans modell sträcker sig över hela läsåret och handlar i stort sett om att få med allt innehåll och ge eleverna chansen att utveckla i läroplanen beskrivna matematiska förmågor och färdigheter. Undervisningen under veckan är uppdelad i två längre matematiklektioner inomhus och ett kortare pass i mindre grupp utomhus. Inomhuspassen är i sin tur indelade i ett mer traditionellt pass med genomgångar och färdighetsträning och ett mer kreativt pass där matematikens olika områden behandlas på olika sätt. Under utomhuspassen som ligger på fredagar förstärks eller vidareutvecklas det som eleverna arbetat med under veckans kreativa pass.

Grundtanken för matematiklektionerna inomhus är att den första delen ska rymma många genomgångar, träning av de fyra räknesätten, samt taluppfattning och färdighetsträning inom dessa områden. Till detta pass har eleverna en traditionell matematikbok som de räknar i och därmed tränar och befäster sina färdigheter. Under lektionens andra del byts fokus och arbetsätt till mer kreativa övningar; lekar, sånger, danser, byggnationer, experiment eller liknande. Till detta arbete har vi under projektet gång försökt att bygga upp en "bank" med idéer, bilder, sånger, övningar, material m.m. Arbetet med denna "bank" har påbörjats, men är långt ifrån färdigt. Vi försöker bygga upp "banken" både som ett digitalt och i ett "konkret" förråd. Vi vill på sikt att även andra matematiklärare på skolan ska kunna hämta "färdiga" idéer inom olika områden i matematik till sin undervisning.

Genom detta sätt att arbeta har eleverna fått "uppleva" matematik med flera sinnen och vi tror att de möjligheter till fysiska upplevelser som de på detta sätt fått, har utvecklat och befäst deras matematiska kunskaper. Vi har också använt mycket bildstöd i vår undervisning för att ge eleverna möjlighet att koppla samman bilder med matematiskt symbolspråk och på så sätt underlätta automatiseringen av sina kunskaper. Vi har sett att detta arbetsätt har ökat lusten att lära sig matematik hos eleverna. Genom att matematikundervisningen blivit varierad, har förhoppningsvis chansen ökat för att nå elever som i "traditionell" matematikundervisning tröttnar, fastnar eller inte förstår. Bilderna har också hjälpt till att stärka matematiska begrepp.

5.8 Avslutande intervjuer

Som avslutning på projektet, genomförde vi ännu en gång intervjuer med våra elevgrupper. Även dessa intervjuer spelas in. Det framkom då att alla elever utom en, tyckte att matematik var roligt

och många svarade att det var roligt eftersom vi gör olika saker hela tiden. Några elever ur vår målgrupp tyckte också att utematten gjorde att det blev roligt och att man "fattade då".

Under intervjuerna och den tillhörande uppgiften (bil. 3) blev det tydligt att alla elever gått framåt i jämförelse med resultaten från vår inledande diagnos. Eleverna visade sig kunna lösa uppgifter de inte kunnat lösa tidigare. Många hade gjort stora framsteg, medan några hade tagit mindre men ändå tydliga steg mot lösningar eller i vissa fall lösningsstrategier. Ett tydligt tecken på detta var att många elever använde uppställning (algoritmer) som metod och strategi vid beräkningar. I intervjuerna menade flera elever i både i mål- och kontrollgruppen att just "uppställning" hade hjälpt dem att förstå och klara av räkneregeln minus (subtraktion). Några av de äldre eleverna berättade att de kom ihåg den första gången de lärde sig uppställning och hur "lätt" det blev sen. Att alla elever utom en kunde tiokamraterna blev ytterligare tecken på den utveckling som skett.

Nästan alla eleverna kan nu mattesångerna utantill. De flesta vet hur de ska använda dem och vilken nytta de har av dem. Vi insåg dock att vi behövde hjälpa några så att de både såg vitsen med att lära sig sångerna och förstod hur de sedan skulle kunna omsätta dem i matematiskt symbolspråk och beräkningar. Detta gäller även plockmaterial och annat laborativt material. Det blev också synligt i intervjuerna att vi behöver befästa taluppfattning i flera led, att konkreta antal behöver översättas i flera led till bildspråk, laborativt material och slutligen matematiskt symbolspråk (siffror, tal). Vi har också under intervjuerna sett hur elever som har det trassligt med taluppfattningen blir hjälpta av konkret och laborativt material, särskilt av materialet Numicon som med sin utformning stödjer elevernas kunskapsutveckling på ett mycket bra sätt.

Under intervjuerna blev det också tydligt att vi som pedagoger och skola, måste introducera hjälpmedel och material, så att alla elever känner sig delaktiga, det får inte bli så att elever som vill använda laborativt material väljer bort dessa för att de tror att materialet endast är till för några stycken. Det får heller inte bli så att materialet finns i ett så begränsat antal att de "bara" räcker till några få.

Att några elever använder fingrarna som stöd när de beräknar uppgifter är ett exempel på sådant som kom fram under de avslutande intervjuerna. Vi såg också att några elever behöver stöd i sin motorik av en dator eller Ipad när de ska skriva siffror och tal.

6 Effekter

6.1 Synen på matematik

Det som tydligast framkommit under detta projekt är elevernas positiva syn på ämnet matematik. Eleverna har i både intervjuer och under lektionstillfällen uttryckt sig positivt kring ämnet och tyckt att "det är roligt med matte". Flera elever beskrev exempelvis matematikämnet som "lite svårt men roligt" under intervjuerna. Vi är övertygade om att vårt sätt att arbeta har bidragit till att eleverna uppskattar att räkna och lösa problem. Vi hoppas också att detta bidragit till att de också i fortsättningsvis ska vara nyfikna och känna lust inför matematikundervisningen.

Intervjuerna med eleverna fick oss att inse att vi behöver bli bättre på att förtydliga och konkretisera varför vi lär oss matematik, framför allt gällde detta de yngre eleverna. Vi märkte att eleverna i främst ettan men också tvåan hade betydligt svårare än eleverna i trean att ge exempel på varför vi ska lära oss matematik. Vi tror att utmaningen ligger i att konkretisera det vi gör ännu mer och verklighetsförankra detta i elevernas vardag. Exempelvis behöver vi leka bank och affär för att konkretisera växling för eleverna. Vi har märkt att de har svårt för att sätta in sina matematikkunskaper i ett sammanhang och att vi därför behöver arbeta med att låta eleverna använda vardagssituationer och konkret material i lärandet.

6.2 Flera sinnen i matematikundervisningen

Vi har under projektets gång sett hur många av eleverna som har det svårt med automatiseringen av tiokamrater, multiplikationstabeller och betydelsen av matematiska begrepp blir hjälpta av bilder, sånger och rörelser kopplade till dessa. Detta är särskilt tydligt hos elever med problem som vi kopplat till arbetsminnet. Vi har provat att ge eleverna bilder för tiokompisarna och sett att med detta bildstöd kan de komma ihåg tiokompisarna och även översätta bilderna till ett matematiskt symbolspråk, när de ställs inför uppgifter där denna automatisering är till hjälp. Ibland har vi haft elever som inte haft en aning om vilka tal som är tiokompisar, men när de fått frågan om vilka bilder som hör ihop så har de kunnat svara direkt. Så småningom har de också lärt sig att översätta detta bildspråk till symbolspråk, i vårt fall siffror och tiokompisarna.

Multiplikationssångerna har hjälpt eleverna att automatisera multiplikationstabellerna. Detta gäller alla elever. Genom att först lära sig sångerna och sedan omsätta dessa i matematiska sammanhang har elevernas automatisering ökat avsevärt. Detta märktes inte minst under det nationella provet i matematik som årskurs 3 gjorde under projektiden. Multiplikationsuppgifterna hade ett mycket högt resultat och flera elever nynnade på sångerna under provtillfällena. Detta har också eleverna gett uttryck för i intervjuerna som vi genomfört under projektet.

När det gäller förståelsen och automatiseringen av begrepp har vi exempelvis sett hur elever blivit hjälpta av att uppleva begreppet kroppsligt, exempelvis genom dans. Eleverna får på detta sätt minnesbilder som de kan haka upp symbolspråket och begreppen på.

6.3 Leka in begrepp tidigt

Vi ser också en annan stor fördel med att tidigt "leka in" begreppen och använda bilder, sånger och andra kreativa uttrycksätt. Denna fördel ligger i att eleverna i yngre åldrar tycker att matematik är roligt och att de här arbetssätten är accepterade av alla elever. Även elever som tycker att matematik är enkelt har uppskattat bilderna, danserna och det övriga inslagen som kanske inte hör till "traditionell" matematikundervisning. Dessa inslag blir naturliga för eleverna och inte något pinsamt eller annorlunda. En elev som är hjälpt av detta undervisningssätt behöver inte känna sig utpekad, annorlunda eller dålig eftersom hela klassen gör samma sak. Vi tror därför att vi i ännu högre grad än tidigare behöver "leka in" begrepp och använda kreativa inslag i undervisningen för elever i tidig ålder. Vi tror att detta arbetssätt blir svårare ju högre upp i åldrarna man kommer, därför gäller det att passa på när eleverna är med på noterna.

Som ett led i detta har vi startat med utematematik varje fredag i årskurs 2 och 3. Vi håller till i en skog som ligger en liten bit bort från skolan och ägnar förmiddagen åt matematik i någon form. Grundtanken med "utematten" är att eleverna ska få ytterligare en lekfull inlärningssituation, där färdigheterna övas på ett mer konkret sätt. I regel så arbetar eleverna med samma matematiska område både under de kreativa passen i skolan och utomhus på fredagarna. Vi har under utepassen upptäckt att det är andra elever än de vi brukar se i klassrummet som kan lösa de matematiska problemen. En del elever har exempelvis berättat hur de utomhus har förstått vad de gjort inomhus under veckan. Kommentarer som "Jaha! Nu fattar jag" eller "Var det så lätt?!" har varit vanligt förekommande under dessa utomhuspass. Skogen och naturen har fungerat som klassrum och i många avseenden även som matematikmaterial och har utgjort temat i problemlösningarna. Även under dessa utepass får eleverna ofta användning för hela kroppen och "kunskapandet" blir därför något som de upplever med flera sinnen samtidigt.

6.4 Konkret material

En aspekt som tydligt kom fram i intervjuerna och problemuppgifterna var att alla elever behövde stöd för minnet vid beräkning av högre tal. Utan penna och papper, eller konkret material hade alla svårt att "hålla kvar" alla leden i sina beräkningar. Särskilt svårt blev det för elever med

arbetsminnesproblematik. Vi behövde också lära eleverna att strukturera i tiohögar vid beräkningar av högre tal, samt hjälpa eleverna att förstå nyttan med detta.

Koncentrationen ställde till det för en del elever vid beräkningarna av rutinuppgifter och även här såg vi att konkret och laborativt material underlättade. Särskilt tydligt såg vi detta om eleverna hade tillgång till materialet under själva arbetet, då kunde de plocka med materialet i anslutning till sina beräkningar. Vi har också sett att vi måste träna eleverna i att kontrollräkna både före, under och efter lösandet av uppgifter och problem. Eleverna behöver träna och på sikt själva "äga" kontrollen över de uppgifter och beräkningar som de utför.

Vi har använt många olika konkreta material såsom stenar, russin, linjaler, centimeterkuber och en mängd andra plockmaterial. Vi har också gjort hundrahalsband, där varje tiotal haft olika färger. Men det material som vi fastnat mest för under projektets gång är Numicon. Det är ett inköpt "färdigt" material som består av brickor och pluppar i plast. Brickorna är olivfärgade och finns i tio olika former och färger som ska symbolisera talen 1-10. Vi har mestadels använt oss av brickorna, då dessa har varit otroligt nyttiga för de elever som har det trassligt med den grundläggande taluppfattningen. Med brickornas hjälp har elever "sett" tiokompisarna, "sett" 4 stycken 4:or (4 gånger 4), de har delat upp i högar, adderat och subtraherat. Brickorna har hjälpt dessa elever att se matematiska samband som andra elever "ser" i huvudet eller framför sig. Brickorna har underlättat förståelsen för och användbarheten av tiokompisarna vid beräkningar. Vid subtraktion har elever exempelvis lagt brickorna ovanpå varandra och "sett" vad som blir kvar. Materialet har fått stor genomslagskraft bland eleverna som tycker att det är både roligt och lättanvänt. Vi kommer fortsätta att arbeta med detta i de lägre årskurserna och tror att det kommer leda till en större förståelse kring taluppfattning. Vi anser att det är användbart även högre upp i åldrarna.

Genom projektet har vi sett vikten av att använda oss av konkret material även när vi testar eleverna i olika moment. Vi kan då tidigt se vad som trasslar och vilka luckor som finns i den grundläggande taluppfattningen, materialet hjälper till att göra detta tydligt.

6.4 Strategier för problemlösning

Vi har sett hur viktigt det är att eleverna redan i tidig ålder får med sig strategier för problemlösning och lösande av andra textuppgifter. Även här ser vi att elever med arbetsminnesproblematik har det svårt när det blir flera led i uträkningarna. Överlag ser vi att elever som saknar strategier när de kommer till problem, fastnar och tappar led i sina beräkningar och lösningar. Vi tror att om vi tidigt kan hjälpa eleverna med sådana strategier, så är de hjälpta även högre upp i årskurserna.

Vi har också sett att vi behöver bli bättre på att konkretisera division och även bråk, då många elever visar osäkerhet kring detta. I förskoleklass och årskurs 1 har eleverna använt en platta, där de kan dela russin, godis och annat i olika rutor. När det handlar om personer som ska dela på något tror vi att bilder på personerna kan underlätta förståelsen för eleverna om vad det är som faktiskt händer när de dividerar. I andra fall kanske olika ringar, olivfärgade papper eller rutmönster kan fungera som bildstöd och struktur för delningen. Huvudsaken är att eleverna får med sig förståelsen för vad division innebär och får hjälp att "se" detta.

7 Utvärdering

Läroplanen⁶ beskriver ämnet matematik som kreativt och talar också om att läraren ska organisera arbetet så att eleven stimuleras att utveckla hela sin förmåga. Vi har upplevt att det nya sättet på vilket vi organiserat matematikundervisningen dvs. med ett kreativt pass och ett traditionellt pass varje matematiklektion bidrar till just detta. Både elever och pedagoger har tyckt att lektionerna blivit

⁶ Lgr 11

roligare och framför allt bättre. Vi har försökt att alltid få med flera sinnen i undervisningen och använt oss av kreativa arbetsätt. Detta har lett till att flera elever har kunnat tillgodogöra sig innehållet i och förståelsen för matematikens olika uttrycksformer. Den typ av undervisningen som vi använt oss av under projektiden har vänt sig mot en större grupp elever och nått fler individer än en mer traditionell undervisning med fokus på teori och beräkningar. Vårt schematiska upplägg har bidragit till att matematikens alla delar och områden hunnit bearbetas, samtidigt som eleverna fått uppleva dessa på en mängd olika sätt.

Under projektet har vi också blivit medvetna om att vi behöver bli ännu mer konkreta och koppla det vi gör i matematiken till verkligheten. Eleverna behöver i ännu högre grad få förståelse för vad vi gör, men också varför vi gör det. De behöver förstå nyttan med det vi lär oss i matematik. Vi behöver också utveckla arbetet när det gäller högre utmaningar för de elever som behöver just dessa. Läroplanen⁷ är tydlig med att utbildningen ska främja alla elevers utveckling och lärande, på så sätt ökar chansen att fler elever upplever lärandet som lustfyllt, både i ett kortare nuperspektiv men också i avseende på ett livslångt lärande.

Läroplanen⁸ gör också klart att skapande arbete och lek är grundläggande delar i det aktiva lärandet. Här upplever vi att det finns ännu mer att hämta i fråga om konkreta händelser och vardagsinslag i undervisningen. I de tidigare åldrarna tror vi att eleverna själva i högre grad accepterar att sjunga, dansa och leka in begrepp än vad som gäller högre upp i åldrarna. Vi ser också att den grundläggande taluppfattningen är så viktig för all slags vidare matematikstudier att vi vill fokusera just denna i de tidigare åldrarna. Vi tror att om vi kan utveckla elevernas grundläggande taluppfattning i ett tidigt skede så får det positiva effekter på fler områden i matematiken när de blir äldre.

Att i det tidiga arbetet med tal och antal använda sig av konkreta inslag är något som Bergius⁹ anser vara nödvändigt. Hon menar att många möten med ord och begrepp i meningsfulla och varierande situationer, gör att eleverna kan erövra dessa och själva behärska dem i sitt språkbruk. Vi håller med henne, men inser också svårigheterna att hjälpa alla elever att kunna sätta in dessa ord och begrepp i rätt sammanhang. Vi har under projektets gång sett hur vissa elever inte förstår när förvärvade kunskaper eller färdigheter ska användas. Bentley¹⁰ visar på just detta när han menar att eleverna tycks behärska flera beräkningsstrategier och tankeled, men att de inte vet i vilket sammanhang de skall tillämpas. Vi behöver därför bli tydligare och förklara varför vi lär oss olika saker med hjälp av kreativa uttrycksformer eller att vi exemplifierar detta. När vi t.ex. sjunger multiplikationssånger behöver vi ge dem stöd i form av fingerräkning under tiden vi sjunger. På så vis ser eleverna vilken nytta de kan ha av sångerna och sin "utantillkunskap" i olika matematiska sammanhang.

En viktig lärdom i detta med att omvandla det konkreta till symbolspråk har vi fått av Björnström¹¹, som menar att det är viktigt att eleverna inte fastnar i att laborera med konkret material och därefter går direkt till att arbeta med siffror. Han beskriver flera abstraktionsnivåer och menar att det är viktigt att eleverna har flera led att falla tillbaka på om det blir för svårt. Vi ser också i vårt projektarbete att steget från det konkreta till siffror eller andra abstrakta symboler är stort för de elever som har svårigheter med taluppfattningen. Genom att ge dessa elever flera led och abstraktionsnivåer i form av t.ex. bildstöd, tror vi att det konkreta går att "översätta" på ett bättre sätt för eleverna och därmed öka deras medvetenhet och förståelse.

⁷ Ibid.

⁸ Ibid.

⁹ <http://matematiklyftet.skolverket.se/matematik>

¹⁰ Bentley, Per-Olof (2009)

¹¹ Björnström, Markus (2012)

Johansson¹² lyfter fram vikten av de ensiffriga talens gruppbedyelse. Han beskriver detta som att kunna se och med hjälp av räknelagarna använda talens delar, för att på så sätt snabbt och säkert kunna använda redan automatiserade kombinationer när man lär sig nya. I samband med vårt projektarbete har vi sett hur laborativt material hjälpt alla elever, men i synnerhet de som har problem relaterat till arbetsminnet. Konkret och laborativt material har hjälpt eleverna att se ett tals helhet men också dess delar. Materialet Numicon som vi tidigare presenterat har hjälpt eleverna att bygga tal, subtrahera, addera, multiplicera och dividera. Med hjälp av detta material har siffrorna och talen blivit bilder och former som eleverna kunnat använda på sin resa genom räknelagarna mot ett automatiserande av kunskaper och färdigheter. Plattorna har också kunnat "visa" eleverna på ett åskådligt sätt hur hälften och dubbelt "ser" ut. Allt annat konkret material som vi använt har också haft stor betydelse. Vi tror att detta konkreta och laborativa material har hjälpt eleverna att utveckla den förståelse för ensiffriga tals gruppbedyelse som Johansson¹³ lyfter fram.

Vi tror också att konkret material hjälper till att utveckla elevernas talfakta, vilket Bentley¹⁴ beskriver som särskilt svårt för elever som har det jobbigt med arbetsminnet. Elever som inte utvecklat talfakta måste, enligt Bentley rikta sin uppmärksamhet mot själva beräkningen och inte principen för hur beräkningen går till. Vi har sett att bildstöd har hjälpt eleverna att utveckla talfakta och förståelse för siffror och tals gruppbedyelse. Här vill vi fortsätta utveckla arbetet med att knyta sagor till bilderna och göra fler bilder. Bilderna har också hjälpt de elever som har problem med arbetsminnet, de har fått hjälp att skapa egna inre bilder av tal och begrepp.

En annan idé som vi fått och som är under tillverkning är ett "räknehus" som kan beskrivas som ett traditionellt dockskåp. Vår slöjdlärare ska bygga ett hus med tre våningar, där andra våningen kommer ha en balkong på ena gaveln. Huset kommer också att ha en vindsvåning för minnessiffror och växlingstior. Huset kommer sedan att användas i och med arbetet med uppställning (algoritmräkning). På balkongen visas räknesättet och de tal som ska beräknas ställs i de två övre våningarna, där ental, tiotal och hundratal har varsitt rum på varje våning. I den undre våningen kan sedan talet räknas ut och även där har varje talsort ett eget rum. Vi ska försöka bygga detta så att det passar Numiconplattorna.

Under arbetet med de avslutande intervjuerna insåg vi hur viktigt det är att det finns riklig tillgång till laborativt material så inte utanförskap eller särbehandling av vissa elever skapas. Vi har även upptäckt fördelarna med att använda laborativt material för att diagnostisera och bedöma elever. På så sätt kan vi tidigt upptäcka eventuella svårigheter och följa elevers resonemangsförmåga.

Vi har också lärt oss, eller snarare blivit påmind om att elever är komplexa och varje individ är unik. Detta gör att vi behöver fortsätta att arbeta på bred front så att vi når alla elever där de är. Vi behöver hjälpa dem här och nu eller där och då beroende på var de befinner sig på sin matematiska resa. I detta avseende har projektet betytt oerhört mycket, då vi haft tid avsatt för att följa både elever specifikt i matematik och varandras arbete under lektioner. Detta vill vi fortsätta med och även bredda tillsammans med de övriga matematiklärare på skolan och fler åldersklasser av elever.

8 Vad har vi lärt oss – en sammanfattning

När nu projektet ska avslutas vill vi också blicka framåt och ta ett avstamp i det vi lärt oss under den här tiden. Ovan har vi beskrivit en del av detta utvecklingsarbete som försiggått under projektiden och vi vill avslutningsvis ta upp några fokusområden för det framtida arbetet med matematiken på vår skola.

¹² <http://matematiklyftet.skolverket.se/matematik>

¹³ Ibid.

¹⁴ Bentley, Per-Olof (2009)

- Vi behöver utveckla sätt att arbeta vid problemlösning, genom att hjälpa eleverna med strategier och metoder för detta.
- Vi behöver utveckla arbetet med att koppla räknesätten till varandra, så att förståelsen och användningsområdena för dessa ökar hos eleverna.
- Vi kan med fördel introducera uppställning (algoritmer) tidigt i elevernas undervisning. I detta arbete behöver vi hjälpa dem att utveckla användbara strategier och förståelse för talsorternas betydelse.
- I arbetet med att utveckla elevernas taluppfattning vill vi utveckla arbetet med materialet Numicon i de tidigare årskurserna. Vi tror att ett och samma material skapar en större förståelse och kan fungera som igenkänningsfaktor och röd tråd i arbetet.
- Pedagogerna bör få tid att följa elevers resonemang för att bättre förstå deras tankegångar och deras förståelse av matematik.
- Vi behöver träna eleverna i avseende på likheter och skillnader, då vi upplever att dessa begrepp är svårtydda för eleverna i tidigare åldrar. Arbetet bör vara ämnesövergripande och ge många exempel på olikheter.
- Vi vill fortsätta fundera kring hur, om och i så fall i vilken utsträckning vi ska använda matteboken i undervisningen för våra yngre elever.

Litteraturförteckning

Bentley, Per-Olof *"TIMSS 2007 – En djupanalys av svenska elevers matematikkunskaper"* Nämnaren Nr1 2009

Björnström, Markus (2012) *Värt att veta om dyskalkyli* Stockholm: Natur & Kultur

Lgr 11 Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011

Matematiklyftets lärportal

<http://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:LI64RH5PRO009394?rendition=web> 2013-10-25

Matematiklyftets lärportal

<http://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:LI64RH5PRO009395?rendition=web> 2013-10-25

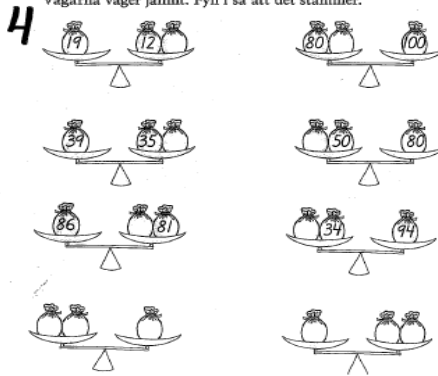
Namn: _____

1 Fortsätt talmönstret.
26, 27, 28, _____, _____, _____

2 Fortsätt talmönstret.
24, 23, 22, _____, _____, _____

3 Fortsätt talmönstret.
3, 5, 7, _____, _____, _____

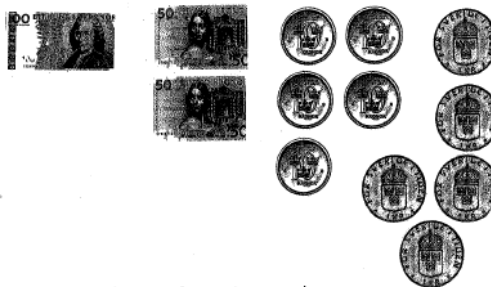
Vågarna väger jämnt. Fyll i så att det stämmer.



5 Rita mer pengar så att det blir 267 kronor!



6 Kryssa över pengar så att det blir 45 kronor kvar!

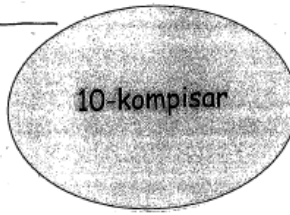


7 Skriv i talen som fattas i rutorna!

20	21	23				27			30
	32				36				
			44					49	

Namn: _____

8



6	
	9
0	
	7
	3
2	
	8
4	
	5
10	
	3
7	
8	
	1
6	
	9

	7
0	
	3
8	
6	
	9
2	
	5
4	
	10
9	
	1
5	
	2
8	
7	

Problemlösning/Rituppgift**Åk 1**

Pelle, Konrad, Linda, Lisbeth och Sune hittar 10 kronor på backen. De vill dela pengarna lika mellan sig. Hur mycket får var och en då?

Det ligger 10 kolor i en stor skål på ett bord. Lars äter 2 kolor från skålen och Petra och Milla äter en var. Hur många kolor finns kvar i skålen efter det?

Åk 2

Pelle, Konrad, Linda, Lisbeth och Sune hittar 20 kronor på backen. De vill dela pengarna lika mellan sig. Hur mycket får var och en då?

Det ligger 100 kolor i en stor skål på ett bord. Lars äter 12 kolor från skålen och Petra och Milla äter 8 var. Hur många kolor finns kvar i skålen efter det?

Åk 3

Pelle, Konrad, Linda, Lisbeth och Sune hittar 100 kronor på backen. De vill dela pengarna lika mellan sig. Hur mycket får var och en då?

Det ligger 100 kolor i en stor skål på ett bord. Lars äter 14 kolor från skålen och Petra och Milla äter 7 var. Maria kommer förbi och äter 6 kolor. Hur många kolor finns kvar i skålen efter det?

Intervjufrågor till slutuppföljning till matematikprojektet ht 13

Vad tycker du om matematik?

Vad är roligt på matematiklektionerna?

Varför ska vi lära oss matematik, tror du?

Blir du hjälpt av bilder när du räknar?

Blir du hjälpt av sånger?

Blir du hjälpt av halsband/numiconbrickor/stenar/linjal eller liknande när du räknar?

Vet du något särskilt tillfälle du har lärt dig något speciellt i matematik?

Kan du tiokompisarna?

(I så fall, hur kommer du ihåg det)?

Tycker du att det går bra att skriva siffror och tal?

(använder du penna eller dator?)

Hur gör du när du kommer till den här uppgiften...?

(eleverna ska ha tillgång till alla material som de är vana vid att ha)

- 2. Konrad har 18 kulor i sin påse. På rasten spelar han kula med Moa och blir av med 9 kulor. Hur många kulor har han kvar i sin påse?**
- 3. Konrad har 54 kulor i sin påse. På rasten spelar han kula med Moa och blir av med 16 kulor. Hur många kulor har han kvar i sin påse?**
- 4. Lisa hade 116 hockeybilder i sin pärm. Hon gav bort 27 bilder till Lars på hans födelsedag. Hur många bilder har Lisa kvar då?**